

6. Übungsblatt zur VL "Dynamische Systeme"

Abgabe: Mi., 18.06.2008, vor der VL

6.1.*

Sei $0 \in \mathbb{R}^n$ sowohl eine Senke von $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ als auch von $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$.
Außerdem kommutiere A und B .

Zeige: $0 \in \mathbb{R}^n$ ist auch eine Senke von $A + B$.

6.2.

Sei $X \subset \mathbb{R}^n$ offen, $v : X \rightarrow \mathbb{R}^n$ ein glattes Vektorfeld, $c : (a_{\bar{x}}, b_{\bar{x}}) \rightarrow X$ eine maximale Integralkurve von v , so dass

- (1) $c(o) = \bar{x} \in X$
- (2) $b_{\bar{x}} = \infty$.

Zeige, dass der "Omega-Limes"

$$w(\bar{x}) := \{y \mid \text{Es existiert eine Folge } t_n \rightarrow \infty, \text{ so dass } c(t_n) \rightarrow y\}$$

abgeschlossen und invariant ist.

6.3.

Sei $v : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ein glattes Vektorfeld, $c : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ eine maximale Integralkurve von v mit $-\infty < a < b < \infty$. Zeige, dass c das offene Intervall (a, b) diffeomorph auf \mathbb{R} abbildet.

6.4.

Löse die sogenannte "Bernoullische" DGL

$$\dot{x} = px + qx^m, \quad m \in \mathbb{Z}$$

mit Hilfe der Substitution

$$u(t) := x(t)^\alpha, \quad \alpha \in \mathbb{R} \text{ geeignet.}$$